димости двойного ряда здесь не возникает, так как для любой фиксированной точки плоскости (x, u) только одно слагаемое отлично от нуля.

Утверждение 1. *Система* $\{\phi_{n,m}(x)\}_{n,m=0}^{\infty}$ *образует ортонормированный базис пространства* $L^2[0, \infty)$.

Утверждение 2. *Для интегральных преобразований с ядром* $K_{\phi,\varphi}(x, u)$ *в виде бискрещенного произведения имеем* $J[\phi_{n,m}] = \overline{\varphi_{m,n}}$.

Если в качестве исходных систем взяты упомянутые выше системы или их регулярные (то есть внутри пачек) перестановки, то справедливы, доказанные в [2,3] для мультипликативных преобразований Фурье, следствия утверждения о том, что при этих преобразованиях класс ступенчатых (с соответствующим выбором длин ступенек) функций переходит в финитные и, наоборот, финитные переходят в ступенчатые.

Работа поддержана РФФИ (проект 00-01-00342).

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А. *Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения.* – М.: Наука. 1987.

2. Беспалов М. С. *Исследование аппроксимативных свойств обобщенных мультипликативных систем функций в метриках* L^p/ Дисс. канд. ф.-м. н. – Саратов: СГУ, 1983. – 94 с.

3. Беспалов М. С. *Об операторах мультипликативных преобразований Фурье*/ Деп. в ВИНИТИ 25 окт. 1983. N 5826–83 ДЕП. 27с.

А. М. Бикчентаев (Казань)

УСЕЧЕННАЯ СВЕРТКА ФУНКЦИЙ ОРЛИЧА ЯВЛЯЕТСЯ N–ФУНКЦИЕЙ

Пусть $I = (0, +\infty)$ и Φ — класс функций Орлича, т.е. множество всех непрерывных строго возрастающих функций $f : I \to I$ таких, что

$$\lim_{t\to 0+} f(t) = 0, \qquad \lim_{t\to +\infty} f(t) = +\infty. \qquad (1)$$

Для $f, g \in \Phi$ пишем $f \sim g$, если $C^{-1}g(C^{-1}t) \leq f(t) \leq Cg(Ct)$ для всех $t \in I$ с константой $C > 0$. Функция Орлича f называется N-функцией [1, стр. 16], если она допускает представление $f(t) = \int_0^t \varphi(u)du$, где непрерывная справа функция $\varphi : I \to I$ возрастает на I и удовлетворяет условиям (1). Усеченной сверткой функций $f, g \in \Phi$ называется функция

$$f \times g\,(t) = \int_0^t f(s)g(t-s)ds, \quad t \in I.$$

Пусть U (соответственно, L) — класс равномерно непрерывных (непрерывных по Липшицу) на I функций Орлича. В [2] были установлены утверждения:

Теорема 1. *Каждая супераддитивная функция Орлича эквивалентна некоторой выпуклой функции Орлича.*

Теорема 2. i) *Для каждой функции $f \in \Phi$ в Φ существует функция $g \sim f$ такая, что $g \notin U$.*

ii) *Для функции $f \in \Phi$ в U существует функция $g \sim f$ тогда и только тогда, когда $\overline{\lim_{t\to+\infty}} t^{-1}f(t) = 0$.*

Теорема 3. i) *Для каждой функции $f \in \Phi$ в Φ существует функция $g \sim f$ такая, что $g \notin L$.*

ii) *Для функции $f \in \Phi$ в L существует функция $g \sim f$ тогда и только тогда, когда $\sup_{t>0} t^{-1}f(t) < +\infty$.*

Следующее утверждение показывает справедливость гипотезы Г3 из [2]:

Теорема 4. *Для любых $f, g \in \Phi$ усеченная свертка $f \times g$ является N-функцией.*

Работа поддержана РФФИ (проект 98-01-00103) и программой "Университеты России" (проект 990213).

ЛИТЕРАТУРА

1. Красносельский М. А., Рутицкий Я. Б. *Выпуклые функции и пространства Орлича.* – М.: ГИФМЛ, 1958. – 272 с.

2. Бикчентаев А. М., Садыртдинова Л. И. *К теории функций Орлича,* I/ Казанск. ун-т, 1999. – 26 с. – Деп. в ВИНИТИ 14.05.99, N 1528-B99.

А. М. Бикчентаев, С. А. Григорян, А. Н. Шерстнев (Казань)

B(H) АЛГЕБРАИЧЕСКИ ПОРОЖДАЕТСЯ СВОИМИ ПРОЕКТОРАМИ

Пусть H — гильбертово пространство над полем $\Lambda(=\mathbb{R}$ или $\mathbb{C})$. Через $B(H)$ обозначим $*$-алгебру всех линейных ограниченных операторов в H. Оператор $T \in B(H)$ называется *проектором,* если $T^2 = T = T^*$.

Когда H бесконечномерно, в [1] было доказано, что каждый оператор $T \in B(H)$ представляется в виде конечной суммы $T = \sum T_k$, где каждое T_k есть произведение проекторов не более, чем четырех проекторов. На самом деле справедливо следующее утверждение, которое является окончательным и неулучшаемым (по числу сомножителей):

Теорема. *Каждый оператор $T \in B(H)$ представляется в виде конечной суммы $T = \sum T_k$, где каждое T_k есть произведение не более, чем двух проекторов при* $\dim H = \infty$ *и не более, чем трех проекторов при* $2 \leq \dim H < \infty$.

Отметим, что ранее [2-4] изучались лишь представления вида $T = \sum \alpha_k T_k$, где $\alpha_k \in \Lambda$ и каждое T_k есть конечное произведение (без ограничения на число сомножителей) проекторов в бесконечномерном гильбертовом пространстве.

Работа поддержана программой "Университеты России" (проект 990213) и РФФИ (проекты 98-01-00103 и 99-01-00441).